



**Concursul Fractal, Secțiunea  
Juniori  
a III-a Ediție din 19.01.2025**

---

**Problema 1.** Arătați că  $1^{2025} + 2^{2025} + 3^{2025} + \dots + 2024^{2025}$  e divizibil la 2025.

**Problema 2.** Numerele reale pozitive  $a, b$  și  $c$  sunt astfel încât numerele  $a + b + c, a^2 + b^2 + c^2$  și  $a^3 + b^3 + c^3$  în această ordine formează o progresie geometrică. Arătați că  $a = b = c$ .

**Problema 3.** Pe o tablă sunt scrise numerele 1 și 2. La orice operație, Viorel poate schimba numerele de pe tablă  $a$  și  $b$  în  $a - b$  și  $a + b$ . Poate oare Viorel ajunge la numerele  $2024 \cdot 2^{2024}$  și  $2025 \cdot 2^{2025}$ ?

**Problema 4.** Găsiți toate tripletele de numere reale nenule  $a, b, c$  care satisfac simultan următoarele condiții:

$$\begin{cases} \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{23}{6} \\ \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a} = \frac{25}{6} \\ a + b + c = 6 \end{cases}$$